

פתרון מבחן מה"ט

תורת

החשמל

קיץ 2009

פתר: אבי יומטוביאן

©

כל הזכויות שמורות

$$\textcircled{e} R_{TH} = (R_1 \parallel R_3) + (R_2 \parallel R_4) = (10 \parallel 5) + (4 \parallel 9) =$$

$$= 3.333 + 2.77 = 6.1 \Omega$$

$$E_{TH} = U_{AB_0} = U_A - U_B = U_{R_3} - U_{R_4} =$$

$$= U_1 \frac{R_3}{R_1 + R_3} - U_2 \frac{R_4}{R_4 + R_2} =$$

$$= 20 \frac{5}{15} - 30 \frac{4}{13} =$$

$$= 6.666 - 20.77 = -14.1 \text{ V} //$$

$$\textcircled{2} I_{RAB} = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R_{AB}} = \frac{-14.1}{8 + 6.1} = -1 \text{ A} //$$

פירוש מילוי ערך סומך נרמז

$$P_{RAB} = I_{RAB}^2 \cdot R_{AB} = 1^2 \cdot 8 = 8 \text{ W}$$

$$\textcircled{d} \begin{cases} +15I_1' - 5I_2' - 0I_3' = +20 \\ -5I_1' + 22I_2' - 9I_3' = 0 \\ -0 \cdot I_1' - 9I_2' + 13I_3' = -30 \end{cases}$$

$$I_1' = 1 \text{ A} \quad I_2' = -1 \text{ A} \quad I_3' = -3 \text{ A}$$

$$I_{u_1} = 1 \text{ A}$$

פירוש מילוי

$$I_{u_2} = 3 \text{ A}$$

פירוש מילוי

$$P_{u_1} = I_{u_1} U_1 = 1 \cdot 20 = 20 \text{ W} \quad (\text{קצב}) //$$

$$P_{u_2} = I_{u_2} U_2 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ W} \quad (\text{קצב}) //$$

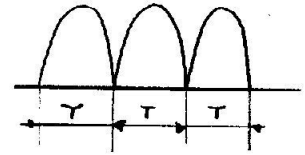


האטר מורכב מאטר חילופין מיושר (כאומר אטר סינסי ריב) שהגדירו אותו בקשר ציבורי, ומאטר זרם ישר.

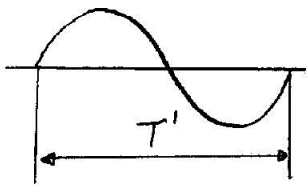
3

Ⓔ  $4T = 25 \cdot 10^{-6}$

$T = 6.25 \mu\text{sec} \Rightarrow f = 160 \text{kHz}$



Ⓕ כזרם מקבילי אטר תצורות מקורב האטר המיושר כאומר תצורות אטר הסגור:



$T' = 2T = 12.5 \mu\text{sec}$



$f' = 80 \text{kHz}$

Ⓖ אטר זרם תמשי, המורכב מאטר זרם חילופין מיושר (גם סוזסי) הרובק זרם דאטר DC חילופי.

Ⓕ  $I_{DC\ av} = 2 \text{mA}$   
 $I_{מיושר\ av} = \frac{2}{\pi} \cdot 3 = 1.909 \text{mA}$



$I_{av} = I_{DC\ av} + I_{מיושר\ av} = 3.909 \text{mA}$

הנוסחה הנ"ל היא הפלה של הנוסחה האינטגרלית המקורית:

$$I_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

כפי שרואה בסעיף הבא, כנ"ל להתייחס לפרמטר הזרם האינטגרלית של הנוסחה, מכיוון שהיא תמיד זוגית ומספקת תוצאה נכונה:

$$I_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{6.25 \cdot 10^{-6}} \int_0^{6.25 \cdot 10^{-6}} (2 + 3 \sin 2\pi f t) dt =$$

$$= \frac{1}{6.25 \cdot 10^{-6}} \int_0^{6.25 \cdot 10^{-6}} (2 + 3 \sin 2\pi \cdot 160 \cdot 10^3 t) dt = 3.909 \text{ mA}$$

ניתן לחסוק את השימוש בזיק מוחלט, ולקבל את אותו האינטגרל, היא משנה האינטגרציה יהיה  $\alpha = \omega t$  ולא יק  $t$

$$I_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha i(\omega t) d(\omega t) =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (2 + 3 \sin \frac{\omega t}{x}) d(\frac{\omega t}{x}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (2 + 3 \sin x) dx = 3.909 \text{ mA}$$

⊙  $I_{DC RMS} = 2 \text{ mA}$

$I_{AC RMS} = \frac{3}{\sqrt{2}} = 2.121 \text{ mA}$

מלבד הבדלים נרצה להציב את זרימים אלו בטוחה:

$$I_{RMS} = \sqrt{I_{RMS_1}^2 + I_{RMS_2}^2 + \dots}$$

כפי שהא מופיעה ביחסות, ולקדם מ"צית את התשובה. שק יש לנבוא שנוסחה זו נכונה עבור פונקציות שיש בינן קשר רצף (אקוויבולנטיות) כמו פונקציות סינוס, קוסינוס ודמת אם העלה.

אדם במקרה אלו, אין לנו עם סינוס רגיל, אלא עם פונקציה שבתוכה אלו אינו בצורה אמולית נכונה, יש להוסיף את זיק מוחלט. תכונות הארמונות שקיימת בקרית מחצב תמוץ אלו פונקציות

לחישוב אר"ת "העילית" (ואין כאן המקום להתייחס), לא מתקיימת  
 צבירה סינכרונית בזרם מוחלט ורמת DC, ולכן טנו ח"ב"ס להיטעם  
 בצורה האינטגרלית המקורית כאשר הזרם היציב:

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{6.25 \cdot 10^{-6}} \int_0^{6.25 \cdot 10^{-6}} (2 + 3|\sin(2\pi f t)|)^2 dt =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6.25 \cdot 10^{-6}} \int_0^{6.25 \cdot 10^{-6}} (2 + 3|\sin(2\pi \cdot 160 \cdot 10^3 t)|)^2 dt} = 4.0173 \text{ mA}$$

ניתן לחסוך את טימם בזרם מוחלט י' ע"י שינוי  $d(\omega t)$  במקום  $dt$ :

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} [i(\omega t)]^2 d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [2 + 3 \sin(\omega t)]^2 d(\omega t)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (2 + 3 \sin x)^2 dx} = 4.0173 \text{ mA}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \textcircled{a} \underline{U}_{AB} &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{32 \angle 0}{1-j2} + \frac{32 \angle -30}{1+j2} \\
 &= \frac{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{1-j2} + \frac{1}{1+j2} + \frac{1}{8+j6}} = \\
 &= \frac{5.738 \angle -15}{0.483 \angle -7.12} = 11.862 \angle -7.87 \text{ V} //
 \end{aligned}$$

$$\textcircled{b} \underline{I}_{Z_L} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_L} = \frac{11.862 \angle -7.87}{(8+j6)} = 1.186 \angle -44.7^\circ \text{ A} //$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{c} \underline{S}_L &= I_{Z_L}^2 \cdot \underline{Z}_L = 1.186^2 (8+j6) = \\
 &= 14.066 \angle 36.87^\circ \text{ VA} = \\
 &= \underbrace{(11.252)}_P + j \underbrace{8.44}_Q \text{ VA}
 \end{aligned}$$

5

$$N = 15$$

$$A = 25 \text{ mm}^2 = 25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$l = 100 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\mu_r = 6000$$

$$\Downarrow$$

$$R_m = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{l}{A} = 530.516 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{H}}$$

$\Downarrow$

$$\textcircled{a} \quad L = \frac{N^2}{R_m} = 0.424 \text{ mH} = 424.115 \mu\text{H}$$

הסדרה  
המקור  
המספר  
המקור  
המספר  
המקור

$\Downarrow$

המקור  
המספר  
המקור

$\Downarrow$

$$\textcircled{b} \quad L_{\text{בג}} = \frac{N^2}{R_{m\tau}}$$

$$! \rightarrow 40 \cdot 10^{-6} = \frac{15^2}{R_{m\tau}}$$

$$R_{m\tau} = 5.625 \cdot 10^6$$

$$R_m + R_{m_0} = 5.625 \cdot 10^6$$

$$530.516 \cdot 10^3 + R_{m_0} = 5.625 \cdot 10^6$$

$$R_{m_0} = 5.094 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{H}}$$

$\Downarrow$



$$\frac{1}{\mu_0 \mu_{r0}} \cdot \frac{l_0}{A_0} = 5.094 \cdot 10^6 \frac{1}{H}$$

$$\frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1} \cdot \frac{l_0}{25 \cdot 10^{-6}} = 5.094 \cdot 10^6$$

$$l_0 = 0.16 \text{ mm} //$$

$$\textcircled{2} \quad B = 0.8 \text{ T} \Rightarrow \Phi = BA = 20 \mu\text{Wb}$$

$$\Phi = \frac{N \cdot I}{R_{mT}}$$

$20 \cdot 10^{-6} = \frac{15I}{5.625 \cdot 10^6}$

*исход, проток*     *с'вл*     *кб*  
*! св*     *св*

*не ввод*  
*пре прот*  
*протек*     *сб*  
*40 мкГ*     *св*

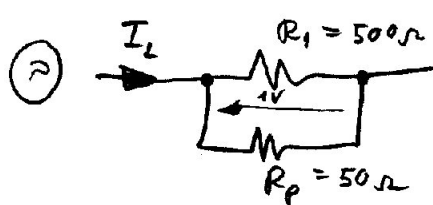
$$I = 7.5 \text{ A} //$$

6

$$\textcircled{a} \quad R \stackrel{?}{=} \frac{U}{I}$$
$$500 \stackrel{?}{=} \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}}$$

pin p'pin  
← P'k

$$500 = 500 \quad \checkmark$$



$$\Rightarrow I_{R_p} = \frac{1V}{50 \Omega} = 0.02 A = 20 mA$$



$$I_{L_{max}} = I_{R_p} + I_1 = 22 mA$$
$$U_{max} = 1V$$

$$\textcircled{c} \quad I_{R_p} = I_L - I_1 = 30 - 2 = 28 mA$$

$$R_p = \frac{1V}{28 \cdot 10^{-3}} = 35.714 \Omega$$

$$\textcircled{3} \quad U_{R_s} = 100 - 1 = 99V$$

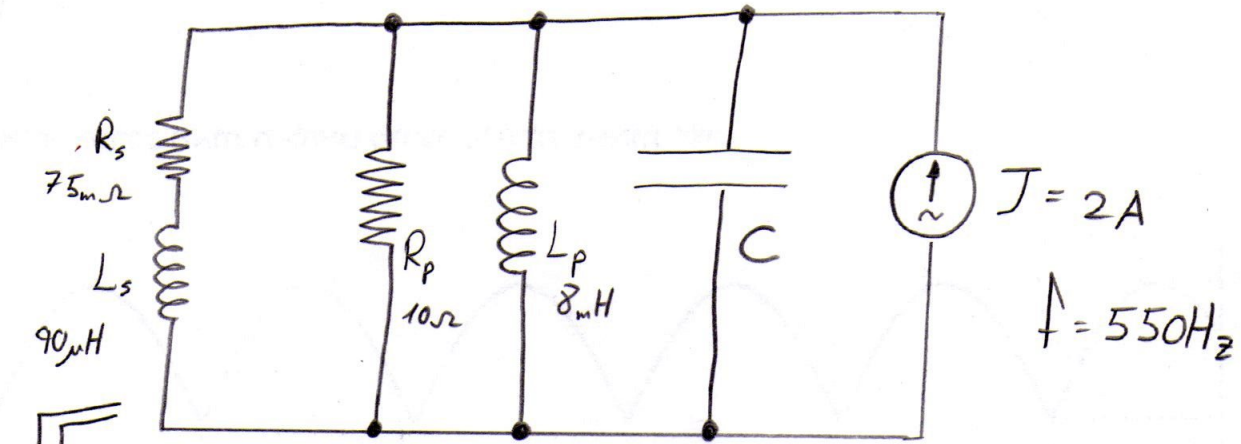
$$R_s = \frac{U_{R_s}}{I} = \frac{99}{2 \cdot 10^{-3}} = 49.5 k\Omega$$

↓ !

$$J = 2A \quad \text{②} \quad \text{⑦}$$

צבירה תצורה גבוהה  $X_c \rightarrow 0$  וי"ן הוא מקבץ סדר מקוון הזרם, וכל הזרם  $J$  פורץ לזרם.

②



$$X_{L_s} = j 311.017 \text{ m}\Omega$$

$$X_{L_p} = j 27.646 \Omega$$

$$\underline{Z}_s = R_s + X_{L_s} = (75 + j 311) \text{ m}\Omega$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_{s,p} = \underline{Z}_s \parallel R_p \parallel X_{L_p} =$$

$$= \left( \frac{1}{(75 + j 311) \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{10} + \frac{1}{j 27.646} \right)^{-1} =$$

$$= (82.062 + j 303) \text{ m}\Omega =$$

$$= 314 \angle 74.84^\circ \text{ m}\Omega$$

כעת נחשב את הזרם הזורם דרך הקבלה:

$$\underline{I}_c = \underline{J} \cdot \frac{\underline{Z}_{s,p}}{\underline{Z}_{s,p} + \underline{Z}_c} = \underline{J} \cdot \frac{314 \cdot 10^{-3} \angle 74.84^\circ}{82.062 \cdot 10^{-3} + j 303 \cdot 10^{-3} - j \frac{1}{\omega C}} =$$

$$= \underline{J} \cdot \frac{314 \cdot 10^{-3} \angle 74.84^\circ}{82.062 \cdot 10^{-3} + j \left( 303 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{1100\pi C} \right)} = \underline{J} \cdot \frac{314 \cdot 10^{-3} \angle 74.84^\circ}{82.062 \cdot 10^{-3} + j \left( 303 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{1100\pi C} \right)}$$

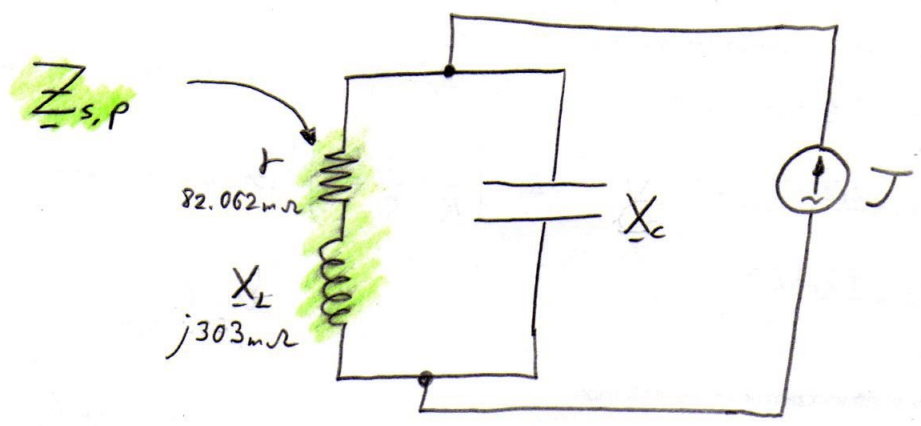
אם נקלון את המכנה (המורם ה'ח'3 שניתן לבטל בקלוי שקבילי) נקבל זרם  $I_c$  ארבי.

ניתן להקלון את המכנה, אך החלק המצומח יהיה שזה לאפס, ואכן:

$$303 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{1100\pi C} = 0$$

$$C = 955.025 \mu F //$$

חזרה: ניתן להקבל את זרם הקביל הרע גם בזווה בטלה יותר:



$$L = \frac{X_L}{\omega_0} = \frac{303 \cdot 10^{-3}}{1100\pi} = 87.68 \mu H$$

לבטלה יש לבטלו מוצם תבונה מקבילי מצי, וניתן להעלם את  $C$  מתוך הנוסחה היבוצה אלו:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{L^2}}$$

אם נציב את כס המרכיב היבוצים אלו, נקבל  $890 \mu F$ .

זרם זה צומח בסטירה לזרם שמצאנו מקודם באמצעות טקוליס מתאליים להוריס. הביצב 2.

הנכונות היא הצבה מן הביטוי (משוואה במסלול):

$$\frac{X_L}{r^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{r_c^2 + X_C^2}$$

במקרה זה,  $r_c = 0$ ,  $r_c = r$ , ולכן:

$$\frac{X_L}{r^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{X_C^2}$$

$$\frac{X_L}{r^2 + X_L^2} = \frac{1}{X_C}$$

אם  $\omega_0$  היא הנכונות של זרם  $i$  הנכנסת אל מעגל  $r < X_L$  אז  
 נקרא  $r^2 \ll X_L^2$  ולכן:

$$\frac{X_L}{X_L^2} = \frac{1}{X_C}$$

$$\frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C}$$

$$\frac{1}{\omega_0 L} = \frac{1}{\frac{1}{\omega_0 C}}$$

$$\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

קבלת  $\omega_0$  היא הנכונות של זרם  $i$  הנכנסת אל מעגל  $r < X_L$  !!!

כזו רצוב את הזרם ה'נוצץ' שלו:

$$1100\pi = \sqrt{\frac{1}{87.68 \cdot 10^6 C}}$$

$$C = 955.024 \mu F$$

② ניתן למצוא את  $I_{C_{max}}$  בעזר זרם נומי:

① נשתמש בעליו מחלק הזרם מהזרם הקוצר, בעזר החלק המנוחה ככה מאוס (כפי שהסברנו). אז את מוונ'נו באוס הזרם, נרשום בעליו יק את הזרם, כפומה:

$$I_{C_{max}} = J \cdot \frac{314 \cdot 10^{-3}}{82.062 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot \frac{314}{82.062} = 7.652 A$$

② אז נ"ח שנו' המוצר של J הוא  $0^\circ$ , נופס לקדם קצ את צו'ר המוצר של הזרם ה'נו'.

$$I_{C_{max}} = J \cdot \frac{314 \cdot 10^{-3} / 74.84^\circ}{82.062 \cdot 10^{-3} + j \left( 303 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{1100\pi \cdot 955 \cdot 10^{-6}} \right)} =$$

$$= 2 \angle 0^\circ \cdot \frac{314 \cdot 10^{-3} / 74.84^\circ}{82.062 \cdot 10^{-3} + j \left( 303 \cdot 10^{-3} - 303 \cdot 10^{-3} \right)} =$$

100000

$$= 2 \angle 0^\circ \cdot \frac{314 / 74.84^\circ}{82.062} = 7.652 \angle 74.84^\circ A$$

8

$$\textcircled{1} I_{R_2} = \frac{U_{oc}}{R_2} = \frac{48}{100} = 0.48A,$$

$$\textcircled{2} I_{R_1} = \frac{U_{oc}}{R_1 + R_2} = 0.08A$$

⇓

$$P_{R_1} = I_{R_1}^2 \cdot R_1 = 3.2W,$$

$$\textcircled{2} I_L = I_{R_1} = 0.08A$$

$$W_L = \frac{L \cdot I_L^2}{2} = 32nJ,$$

$$\textcircled{3} U_{C_1} = I_{R_1} \cdot R_1 = 0.08 \cdot 500 = 40V,$$

⇓

$$Q_{C_1} = C_1 U_{C_1} = 2.2 \cdot 10^{-6} \cdot 40 = 88\mu C,$$

9

$$\textcircled{a} R_1 R_4 = R_2 R_3$$

$$150 R_4 = 100^2$$

$$R_4 = 66.666 \Omega$$

$$\textcircled{b} R_{2(60)} = R_{3(60)} = R_{2(20)} [1 + \alpha (60 - 20)] = \\ = 100 [1 + 0.05 \cdot 40] = 300 \Omega$$

$$\underline{Z}_T = \underline{Z}_s + [(R_1 + R_2) \parallel (R_3 + R_4)] = \\ = (1 + j5) + [(150 + 300) \parallel (300 + 66.666)] = \\ = 1 + j5 + 202.04 = (203.04 + j5) \Omega$$

$$\underline{I}_T = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_T} = \frac{24 \angle 0}{203.04 + j5} = 0.118 \angle -1.41 \text{ A}$$

$$\underline{I}_{R_2} = \underline{I}_T \cdot \frac{(R_3 + R_4)}{(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)} = 0.053 \angle -1.41 \text{ A}$$

$$\downarrow \\ \underline{I}_{R_4} = \underline{I}_T - \underline{I}_{R_2} = 0.065 \angle -1.41 \text{ A}$$

$$\downarrow \\ \underline{U}_{\text{מדידה}} = \underline{U}_{R_2} - \underline{U}_{R_4} = \underline{I}_{R_2} \cdot R_2 - \underline{I}_{R_4} \cdot R_4 = 11.575 \angle -1.41 \text{ V}$$

כיוון זרם  $\underline{I}_T$   $\leftarrow$  סדר  $\underline{Z}_s$   $\leftarrow$  סדר  $\textcircled{d}$

$\Rightarrow$  סדר  $\underline{U}_{\text{מדידה}}$   $\Rightarrow$  כיוון זרם